Раціональні числа. Ірраціональні числа. Дійсні числа

Натуральні числа - це перші числа, якими почали користуватися люди. З ними ви ознайомилися ще в молодших класах, коли вчилися рахувати предмети. **Натуральні числа** – це числа, що вживають при лічбі. Усі натуральні числа утворюють множину натуральних чисел, яку позначають буквою ***N***.

Практичні потреби людей спричинили виникнення дробових чисел. Згодом з’явилася необхідність розглядати величини, для характеристики яких додатних чисел виявилося замало. Так виникли **від’ємні числа**.

Усі натуральні числа, протилежні їм числа та число нуль утворюють **множину цілих чисел**, яку позначають буквою ***Z***.

Наприклад, -3∈*Z*, 0∈*Z*, 5∈*Z*.

Цілі та дробові (як додатні, так і від’ємні) числа утворюють **множину раціональних чисел**, яку позначають буквою ***Q***.

Наприклад,

-⅑∈*Q*, 0,∈*Q*, 0∈*Q*, -5∈*Q*.

Кожне раціональне число можна подати у вигляді відношення $\frac{m}{n}$, де m – ціле число , а n – натуральне. Наприклад, $8 = \frac{8}{1}$, $0 = \frac{0}{1}$, $5{,}3 = \frac{53}{10}$. З можливістю такого подання пов’язана назва «раціональне число»: одним зі значень латинського слова *ratio* є «відношення».

Зауважимо, що будь-який скінченний десятковий дріб і будь-яке ціле число можна подати у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу. Наприклад,

0,62=0,6200000….=0,62(0)

2=2,00000000….=2,(0).

Отже, кожне раціональне число можна подати у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу.

Справедливим є також обернене твердження: кожний нескінченний періодичний десятковий дріб є записом деякого раціонального числа.

Сума й добуток двох натуральних чисел є натуральними числами. Проте різниця натуральних чисел не завжди має таку властивість. Наприклад, 5-7=-2 є цілим числом, але не є натуральним.

Сума, різниця, добуток двох цілих чисел є цілими числами.

Проте частка цілих чисел не завжди має таку властивість. Наприклад, ⅚ не є цілим.

Сума, різниця, добуток і частка (крім ділення на нуль) двох раціональних чисел є раціональними числами.

Отже, дія віднімання натуральних чисел може вивести результат за межі множини натуральних чисел N, дія ділення цілих чисел — за межі множини цілих чисел Z, проте виконання будь-якої з чотирьох арифметичних дій з раціональними числами не виводить результат за межі множини раціональних чисел Q.

Ви ознайомилися з новою дією - добуванням квадратного кореня. Виникає природне запитання: чи завжди квадратний корінь з невід'ємного раціонального числа є раціональним числом? Іншими словами, чи може дія добування квадратного кореня з раціонального числа вивести результат за межі множини раціональних чисел Q?

Розглянемо рівняння $x^2 = 3$. Оскільки 3>0, то це рівняння має два корені: $\sqrt{3}$ та $-\sqrt{3}$. Проте не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнює числу 3, тобто числа $\sqrt{3}$ та $-\sqrt{3}$ не є раціональними. Ці числа є прикладами ірраціональних чисел (префікс «ір» означає «заперечення»).

Отже, дія добування кореня з раціонального числа може вивести результат за межі множини раціональних чисел.

Жодне ірраціональне число не можна подати у вигляді дробу $\frac{m}{n}$, де m – ціле число , а n – натуральне, а отже, у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу.

Ірраціональні числа можуть бути подані у вигляді нескінченних НЕперіодичних десяткових дробів.

Наприклад,

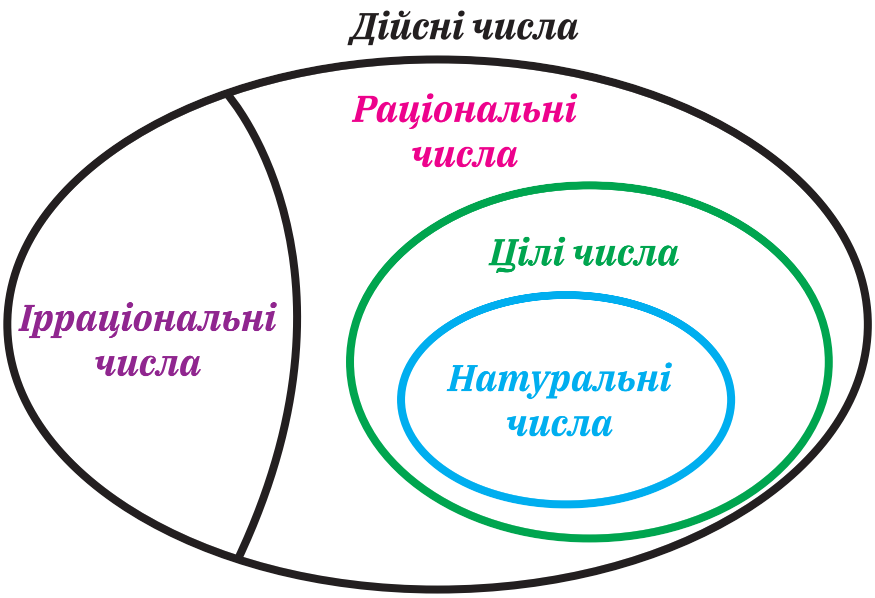
$\sqrt{2} = 1{,}41421356237309504880168872420 97...$

Число Пі, яке дорівнює відношенню довжини кола до діаметра, також є ірраціональним:

$\pi = 3{,}1415926535897932384626433832795028841971693 9937...$

Разом множини ірраціональних і раціональних чисел утворюють **множину дійсних чисел**. Її позначають буквою ***R*** (першою буквою латинського слова *realis* - «реальний», «той, що існує насправді»).

Зв'язок між числовими множинами можна проілюструвати за допомогою такої схеми.



З будь-якого невід'ємного дійсного числа можна добути квадратний корінь і в результаті цієї дії отримати дійсне число. Отже, дія добування квадратного кореня з невід'ємного дійсного числа не виводить результат за межі множини дійсних чисел.