

Перетворення графіків функцій

Як побудувати графік функції $y = kf(x)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$

ПРАВИЛО 3



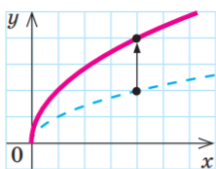
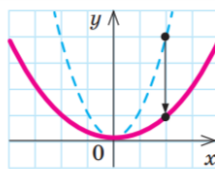
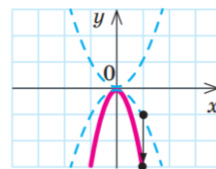
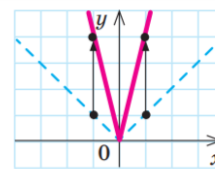
Графік функції $y = kf(x)$, де $k > 0$, можна отримати, замінивши кожен точку графіка функції $y = f(x)$ на точку з тією самою абсцисою та з ординатою, помноженою на k .

Говорять, що графік функції $y = kf(x)$ отримано з графіка функції $y = f(x)$ в результаті розтягнення в k разів від осі абсцис, якщо $k > 1$, або в результаті стискання в $1/k$ раз до осі абсцис, якщо $0 < k < 1$.

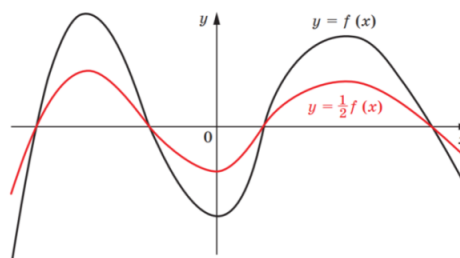
Зауважимо, що у випадку $k < 0$ користуються ПРАВИЛОМ 4

Щоб побудувати графік функції $y = -f(x)$, можна графік функції $y = f(x)$ симетрично (дзеркально) відобразити відносно осі Ox .

У таблиці подано графік функції $y = f(x)$ (пунктиром) і графік функції $y = kf(x)$.

Функція $y = k \cdot f(x)$	$y = 2\sqrt{x}$	$y = \frac{1}{4}x^2$	$y = -3x^2$	$y = 4 x $
Перетворення $f(x) \rightarrow k \cdot f(x)$				

Зуважимо, що при $k \neq 0$ функції $y = f(x)$ і $y = kf(x)$ мають одні й ті самі нулі. Отже, графіки цих функцій перетинають вісь абсцис в одних і тих самих точках. Цей факт ілюструє рисунок справа.



ПРАВИЛО 5

Графіком функції $y = k(x + a)^2 + b$, $k \neq 0$ є парабола, яка дорівнює* параболі $y = kx^2$ і вершиною якої є точка $(-a; b)$.

* – рівність потрібно розуміти у сенсі, що параболи суміщаються при накладанні.

Приклад 1.

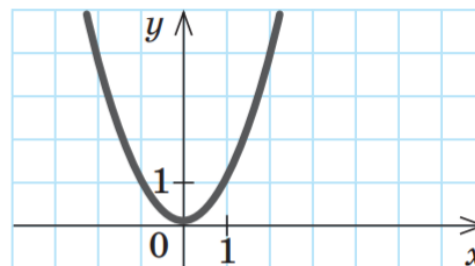
Побудуйте графік функції $y = 4 - (x - 3)^2$.

Розв'язання:

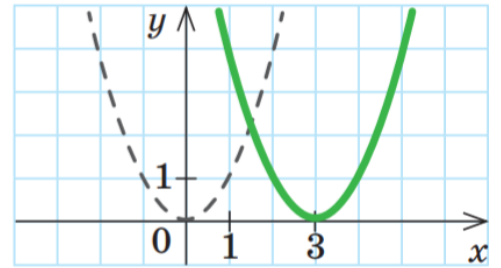
План побудови

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{на 3 од. вправо}} y = (x-3)^2 \xrightarrow{\text{симетрія відносно } Ox} y = -(x-3)^2 \xrightarrow{\text{на 4 од. вгору}} y = -(x-3)^2 + 4$$

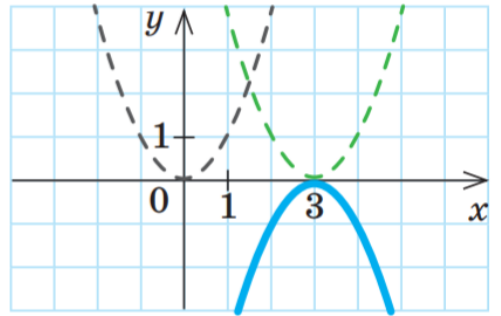
Спочатку побудуємо графік функції $y = x^2$.



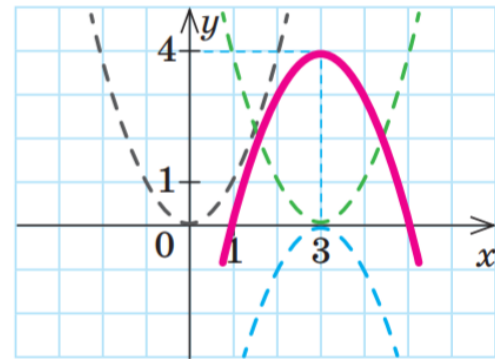
Згідно з правилом 2, графік функції $y = (x - 3)^2$ можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = x^2$ вздовж осі абсцис на 3 одиниці вправо.



Згідно з правилом 4, графік функції $y = -(x - 3)^2$ можна отримати, симетрично відобразивши графік функції $y = (x - 3)^2$ відносно осі абсцис.

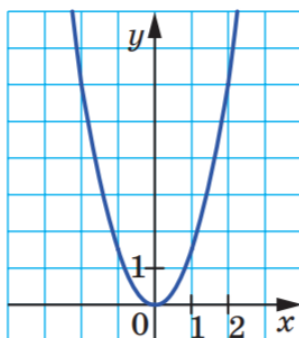


Графік функції $y = -(x - 3)^2 + 4$, згідно з правилом 1, можна отримати в результаті паралельного перенесення графіка функції $y = -(x - 3)^2$ вздовж осі ординат на 4 одиниці вгору. Шуканий графік зображений рожевим кольором.

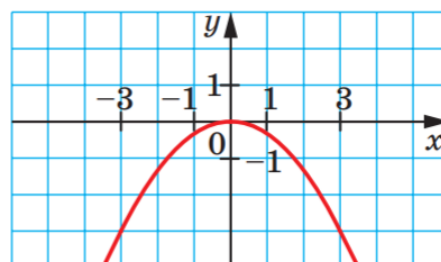


Завдання для самотренування

1. На рисунку (а, б) зображено графік функції $y = f(x)$.



а



б

Побудуйте графік для кожної з функцій у кожному з випадків (а, б):

- 1) $y = \frac{1}{2}f(x)$;
- 2) $y = -f(x + 1)$;
- 3) $y = 2f(x)$.