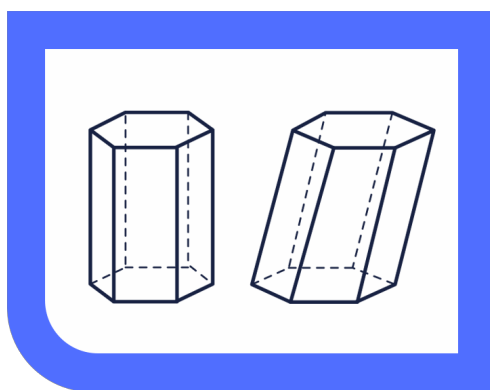


Призма. Пряма і правильна призма

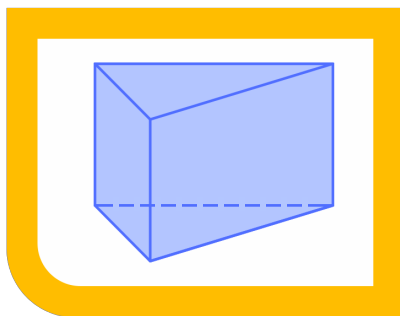
1. Призма — це многогранник, дві грані якого є рівними багатокутниками, що розташовані в паралельних площинах, а інші грані — паралелограмами.



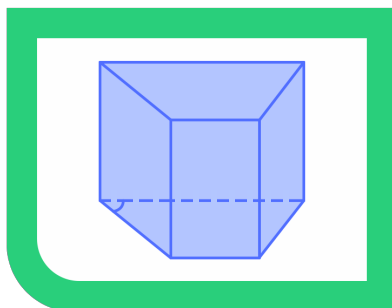
2. Грані, розташовані в паралельних площинах, називають **основами призми**, а решту граней — **бічними гранями** призми.

3. Залежно від основи, призми бувають:

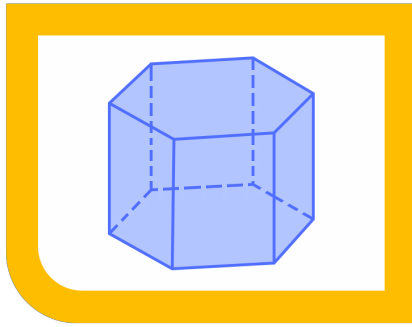
- трикутними



- чотирикутними

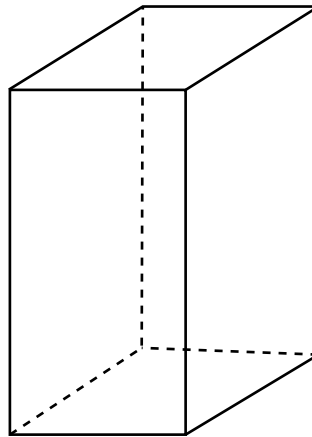


• Шестикутними

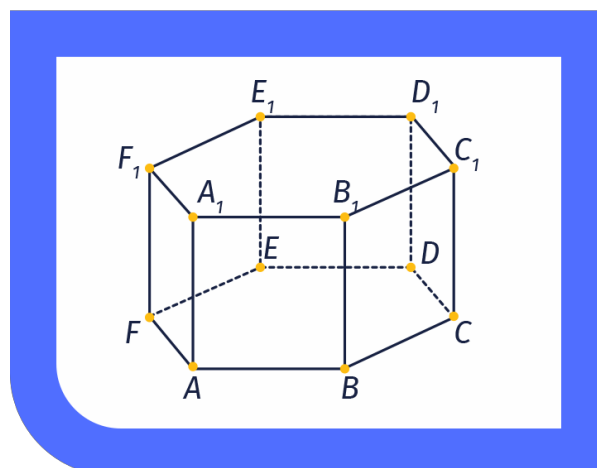


тощо.

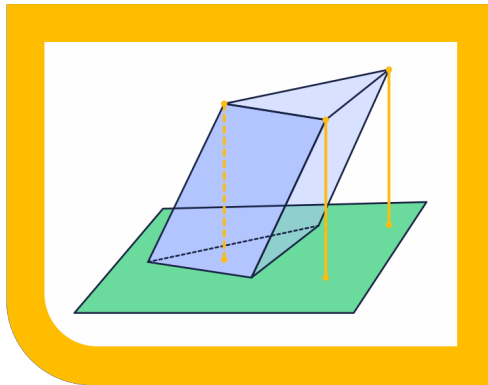
4. Призму з бічними ребрами, перпендикулярними її основам, називають **прямою призмою**.



5. Пряму призму називають **правильною**, якщо її основи — правильні многокутники.



6. Призму, бічні ребра якої не перпендикулярні основам, називають **похилою призмою**.

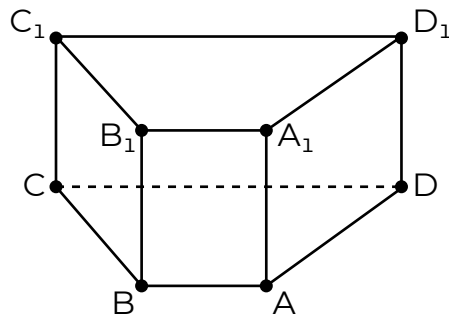


7. Відстань між основами призми називають **висотою призми**.

Зверніть увагу! Висота прямої призми збігається з її боковим ребром.

8. Висота похилої призми — це перпендикуляр, проведений між основами призми. Часто перпендикуляр проводять із однієї з вершин верхньої основи. Без додаткових умов неможливо визначити, в яку точку проєктується висота похилої призми.

Задача. Основою прямої призми є рівнобічна трапеція з основами 25 см і 9 см та висотою 8 см. Знайдіть двогранні кути при бічних ребрах призми.



Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — призма,

$AA_1 \perp (ABC)$,

$AB \parallel CD, CB = AD$,

$AB = 9 \text{ см}, CD = 25 \text{ см}$,

$h_{\text{трап}} = 8 \text{ см}$.

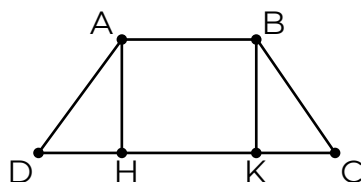
Знайти: двогранні кути при бічних ребрах призми.

Розв'язання

Знаходимо лінійний кут при ребрі CC_1 . Оскільки ребро CC_1 перпендикулярне всій площині ABC , то ребро CC_1 перпендикулярне будь-якій прямій із цієї площини, у тому числі прямим BC та CD . Тоді кут між прямими BC і CD , а саме кут DCB , є лінійним кутом двогранного кута при ребрі CC_1 . Знайдемо лінійний кут при ребрі CC_1 .

Аналогічно, отримуємо, що лінійний кут при ребрі AA_1 — це $\angle BAD$, при ребрі DD_1 — $\angle ADC$, при ребрі BB_1 — $\angle ABC$. Усі ці кути є кутами трапеції $ABCD$. Знайдемо ці кути.

Розглянемо трапецію $ABCD$. Проведемо висоти AH та BK . За умовою висота трапеції дорівнює 8 см. Отже, $AH = BK = 8$ см.



Знайдемо HK . Прямі AH і BK перпендикулярні до однієї і тієї ж прямої DC . Отже, прямі AH та BK паралельні. Оскільки $AH = BK$, то $AHKB$ — паралелограм. Отже, $HK = AB = 9$ см.

Оскільки трапеція $ABCD$ рівнобічна,

$$DH = KC = \frac{DC - AB}{2} = \frac{25 - 9}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ (см)}.$$

Розглянемо трикутник DHA . Він прямокутний, оскільки $AH \perp DC$ і рівнобедрений, оскільки $AH = DH$. Отже, $\angle HAD = \angle HDA = 45^\circ$.

Оскільки трапеція $ABCD$ рівнобічна, то $\angle DCB = \angle CDA = 45^\circ$,
 $\angle DAB = \angle ABC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

Відповідь: $45^\circ, 45^\circ, 135^\circ, 135^\circ$.



Практичні завдання

Завдання 1

У правильній трикутній призмі сторона основи дорівнює 8 см. Обчислити висоту цієї призми, якщо діагональ бічної грані дорівнює 17 см. (Відповідь: 15 см).

Завдання 2

Основа прямої призми трикутник зі стороною c і прилеглими до неї кутами α і β . Діагональ бічної грані, що проходить через сторону основи, яка протилежна куту α , нахилена до площини основи під кутом γ . Знайдіть висоту призми. (Відповідь: $\frac{c \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sin(\alpha + \beta)}$).

Завдання 3

Висота похилої призми дорівнює $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть бічне ребро призми, якщо воно утворює з площиною основи кут 60° . (Відповідь: 4 см).



Рекомендовані джерела

1. Роганін О. М. Геометрія в таблицях і схемах. [7-11 класи] : [посібник] / [О. М. Роганін]. Харків : Торсінг : Навчальна література, 2019. 96 с. : схеми, табл.
2. Гальперіна А. Р. Інтерактивний довідник. Алгебра. Геометрія. 7-11 класи : схеми, табл., визначення, приклади, тести онлайн / Альбіна Гальперіна. Харків : Весна, 2019. 96, [1] с. : рис., табл.