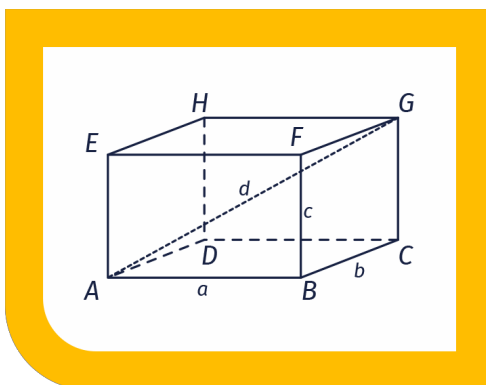
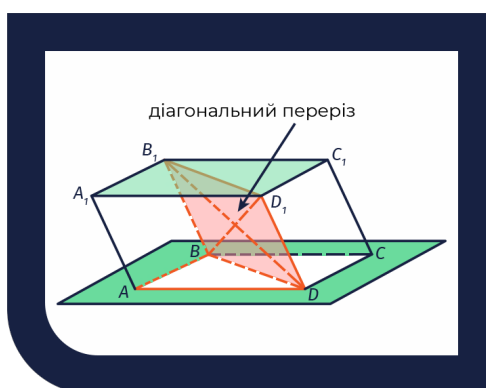


Паралелепіпед

1. **Паралелепіпедом** називають призму, основи якої є паралелограмами.

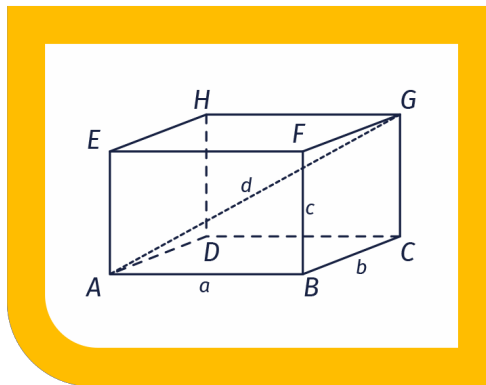


2. **Діагональний переріз паралелепіпеда** — чотирикутник, утворений діагоналями паралелепіпеда.
3. **Зверніть увагу!** Точка перетину ділить діагоналі паралелепіпеда навпіл.
4. Діагональний переріз паралелепіпеда є паралелограмом.

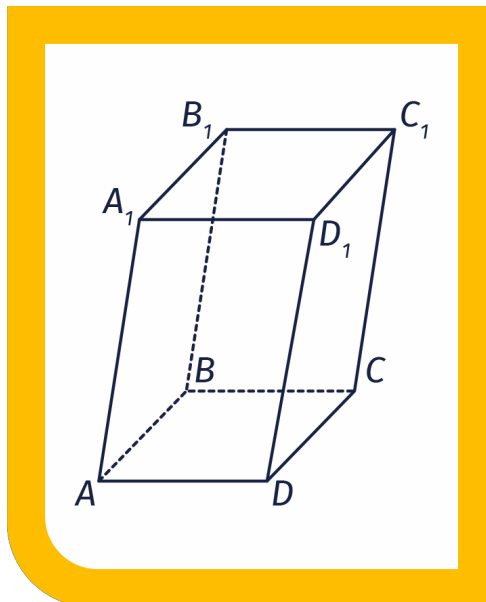


5. Паралелепіпед, бічні ребра якого перпендикулярні до площини основи, називають **прямим паралелепіпедом**.
Зверніть увагу! Усі бічні грані прямого паралелепіпеда прямокутники, а основи — паралелограми.

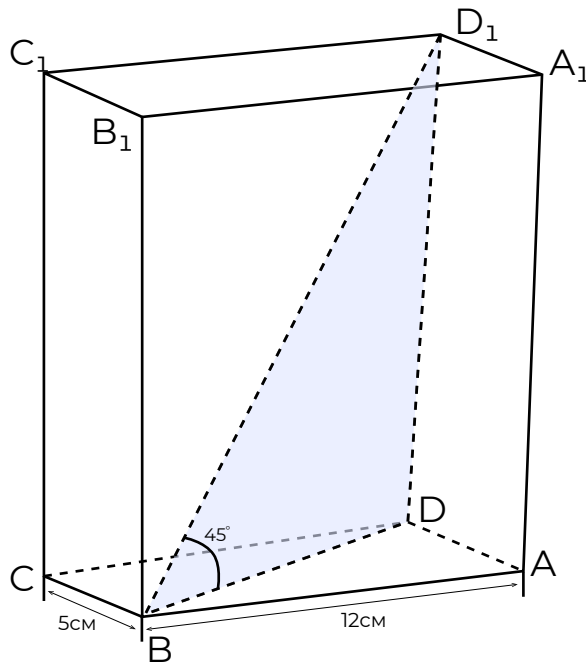
6. Прямокутний паралелепіпед — прямий паралелепіпед, основою в якому є прямокутник.



7. Якщо ж бічні ребра паралелепіпеда не перпендикулярні до площини основи, то паралелепіпед називають **похилим**.



8. **Теорема.** В довільному паралелепіпеді сума квадратів діагоналей дорівнює сумі квадратів усіх його ребер.
9. **Властивість паралелепіпеда.** Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів.
10. **Задача.** Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 5 см і 12 см, а діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 45° . Знайти бічне ребро паралелепіпеда.



Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямокутний паралелепіпед,
 $BC = 5$ см, $AB = 12$ см,
 $\angle DBD_1 = 45^\circ$.
 Знайти: DD_1 .

Розв'язання. Кожна грань прямокутного паралелепіпеда є прямокутником. Тому у прямокутного паралелепіпеда кожне бічне ребро перпендикулярне до площини основи, а отже (за властивістю) і до кожної прямої, що належить площині основи. Звідси слідує, що $DD_1 \perp BD$, тобто $\angle BDD_1 = 90^\circ$.

Проекцією діагоналі BD_1 прямокутного паралелепіпеда є діагональ основи BD . Тому кут між діагоналлю BD_1 і площиною основи (грані $ABCD$) є кут DBD_1 , тобто $\angle DBD_1 = 45^\circ$.

З прямокутного трикутника ABD ($\angle BAD = 90^\circ$), в якому $AB = 12$ см і $AD = 5$ см — катети, за теоремою Піфагора знайдемо діагональ BD основи паралелепіпеда:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \rightarrow$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \text{ см}$$

Розглянемо прямокутний трикутник BDD_1 ($\angle BDD_1 = 90^\circ$), в якому $BD = 13$ см – прилеглий катет до $\angle DBD_1 = 45^\circ$.

За означенням тангенса гострого кута прямокутного трикутника знайдемо бічне ребро DD_1 паралелепіпеда:

$$\frac{DD_1}{BD} = \operatorname{tg} \angle DBD_1 \rightarrow$$

$$DD_1 = BD \cdot \operatorname{tg} \angle DBD_1 = 13 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 13 \cdot 1 = 13 \text{ см}$$

Відповідь: 13 см.



Практичні завдання

Завдання 1

У правильній трикутній призмі сторона основи дорівнює 8 см. Обчислити висоту цієї призми, якщо діагональ бічної грані дорівнює 17 см.

(Відповідь: 15 см).

Завдання 2

Основа прямої призми трикутник зі стороною c і прилеглими до неї кутами α і β . Діагональ бічної грані, що проходить через сторону основи, яка протилежна куту α нахилена до площини основи під кутом γ . Знайдіть висоту призми.

(Відповідь: $\frac{c \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\sin(\alpha + \beta)}$).

Завдання 3

Висота похилої призми дорівнює $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть бічне ребро призми, якщо воно утворює з площиною основи кут 60° . (Відповідь: 4 см).



Рекомендовані джерела

1. Роганін О. М. Геометрія в таблицях і схемах. [7-11 класи] : [посібник] / [О. М. Роганін]. - Харків : Торсінг : Навчальна література, 2019. - 96 с. : схеми, табл.
2. Гальперіна А. Р. Інтерактивний довідник. Алгебра. Геометрія. 7-11 класи : схеми, табл., визначення, приклади, тести онлайн / Альбіна Гальперіна. - Харків : Весна, 2019. - 96, [1] с. : рис., табл.