

Площі бічної та повної поверхонь призми (частина 1)

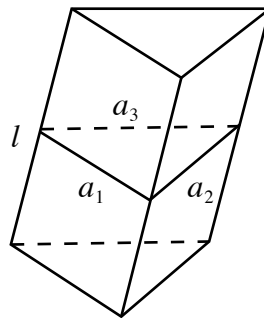
1. **Площею бічної поверхні призми** називають суму площ бічних граней.
2. Повна поверхня призми дорівнює сумі бічної поверхні й площ основ.

$$S_{\text{повн.}} = S_{\text{бічн.}} + 2S_{\text{осн}}$$

3. Площа бічної поверхні похилої призми дорівнює добутку периметра перпендикулярного перерізу й довжини бічного ребра.
4. Перпендикулярний переріз — це переріз призми площиною, яка перетинає всі бічні ребра (або їх продовження) і перпендикулярна до них.

$$S_{\text{бічн.}} = P \cdot l$$

P — периметр перпендикулярного перерізу,
 l — довжина бічного ребра.



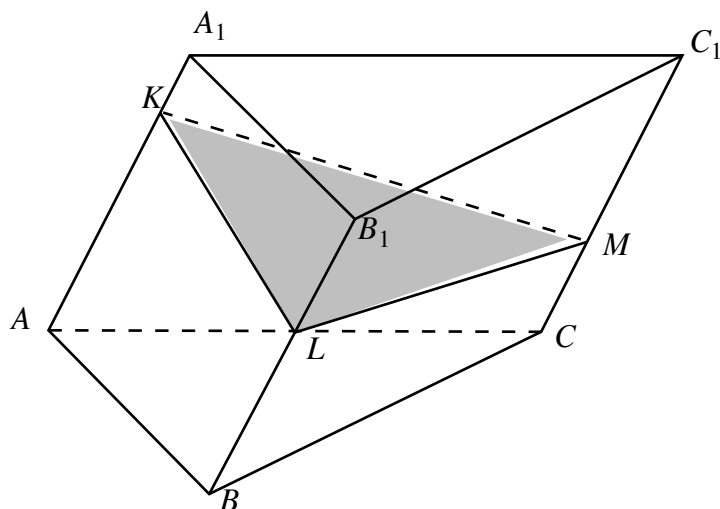
$$S_{\text{бічн.}} = (a_1 + a_2 + a_3) \cdot l$$

5. Теорема

Площа бічної поверхні прямої призми дорівнює добутку периметра її основи та висоти призми.

6. Задача

У похилій трикутній призмі дві бічні грані взаємно перпендикулярні. Їхнє спільне бічне ребро розташоване на відстанях 3 см і 4 см від двох інших бічних ребер. Знайти довжину бічного ребра призми, якщо площа її бічної поверхні дорівнює 120 см^2 .



Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — похила призма,

$KL = 3$ см, $LM = 4$ см, $S_{\text{бічн.}} = 120$ см².

Знайти: AA_1 .

Розв'язання

1) Бічні грані ABB_1A_1 і BB_1C_1C взаємно перпендикулярні.

2) Вибераємо на ребрі BB_1 деяку точку L та проводимо $KL \perp BB_1$ та $LM \perp BB_1$; LM — відстань між паралельними ребрами BB_1 і CC_1 , за умовою $KL = 3$ см; $LM = 4$ см.

3) Оскільки $KL \perp BB_1$ і $LM \perp BB_1$, то $KLM \perp BB_1$ (за ознакою перпендикулярності прямої і площини). Тому $\angle KLM$ — кут між бічними гранями ABB_1A_1 і BB_1C_1C . За умовою $\angle KLM = 90^\circ$.

4) В $\triangle KLM$: $KM = \sqrt{KL^2 + LM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ см.

5) Переріз KLM перпендикулярний до бічних ребер призми.

6) $S_{\text{бічн.}} = P_{\text{пер}} \cdot l$; тоді бічне ребро $l = \frac{S_{\text{бічн.}}}{P_{\text{пер}}}$.

7) $P_{\text{пер}} = 3 + 4 + 5 = 12$ (см).

8) $l = \frac{120}{12} = 10$ (см).

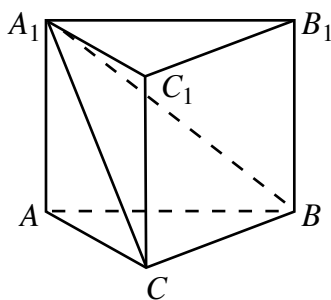
Відповідь: 10 см.



Практичні завдання

Завдання 1

Основою прямої призми є прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює m , а гострий кут дорівнює 60° . Через катет, протилежний цьому куту, і протилежну цьому катету вершину іншої основи проведено переріз, який нахилений під кутом 45° до площини основи. Обчисліть площу бічної поверхні призми.



Відповідь: $\frac{m^2(3 + \sqrt{3})}{4}$.

Завдання 2

Основа прямої призми — прямокутний трикутник з гіпотенузою 25 см і катетом 20 см. Менша бічна грань і основа призми мають однакові площі. Знайдіть площу бічної поверхні призми. (600 см^2).

Завдання 3

Висота правильної чотирикутної призми дорівнює 1 дм, а площа бічної поверхні дорівнює 16 дм^2 . Знайдіть площу перерізу призми, що проходить через діагональ нижньої основи, та протилежну вершину верхньої основи. ($6\sqrt{2} \text{ дм}^2$).



Рекомендовані джерела

1. Роганін О. М. Геометрія в таблицях і схемах. [7-11 класи] : [посібник] / [О. М. Роганін]. Харків : Торсінг : Навчальна література, 2019. 96 с. : схеми, табл.
2. Гальперіна А. Р. Інтерактивний довідник. Алгебра. Геометрія. 7-11 класи : схеми, табл., визначення, приклади, тести онлайн / Альбіна Гальперіна. Харків : Весна, 2019. 96, [1] с. : рис., табл.