

Піраміда. Правильна піраміда

1. **Пірамідою** називають многогранник, одна грань якого — довільний многокутник, всі інші грані — трикутники, що мають спільну вершину (рис. 1).

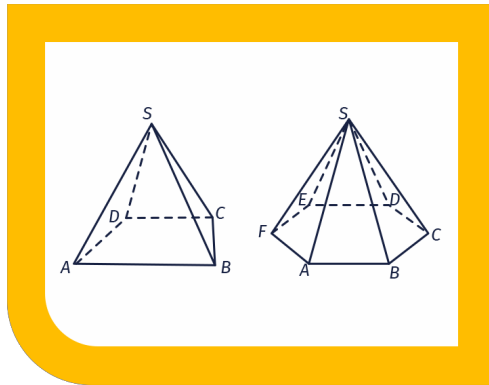


Рис. 1. Приклади пірамід

2. Спільну вершину трикутних граней називають **вершиною піраміди**, протилежну їй грань — **основою**, а всі інші грані — **бічними гранями** піраміди.
3. Відрізки, що сполучають вершину піраміди з вершинами основи, називають **бічними ребрами**.
4. Перпендикуляр, опущений з вершини піраміди на площину її основи, називають **висотою** піраміди. Висотою також називають і довжину цього перпендикуляра.
5. На рис. 2 Ви можете побачити чотирикутну піраміду $SABCD$; точка S — її вершина, $ABCD$ — основа; SA, SB, SC, SD — бічні ребра; AB, BC, CD, AD — ребра основи, SO — висота.

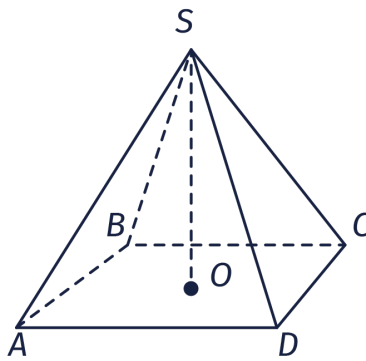


Рис. 2. Чотирикутна піраміда

6. Піраміду називають правильною, якщо її основою є правильний многокутник і вершина піраміди проєктується в центр її основи (рис. 3).

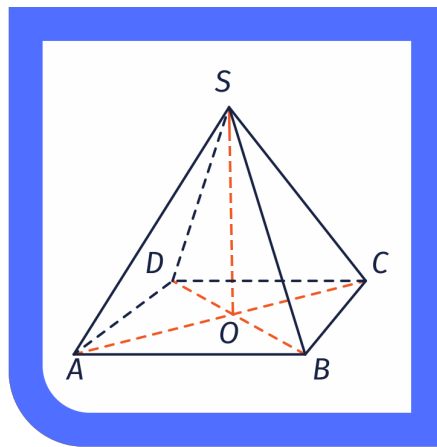


Рис. 3. Правильна піраміда

7. **Властивості правильної піраміди:** усі бічні ребра правильної піраміди рівні, а бічні грані — рівнобедрені трикутники.
8. **Апофема** — висота бічної грані правильної піраміди, проведена з її вершини (рис. 4).

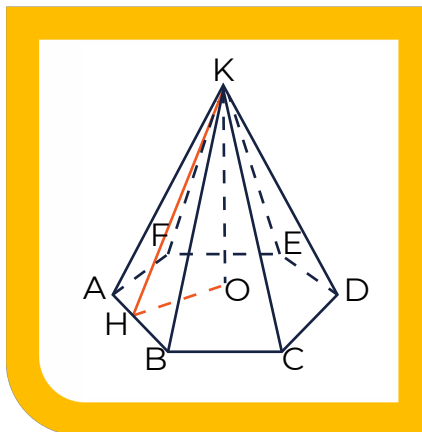
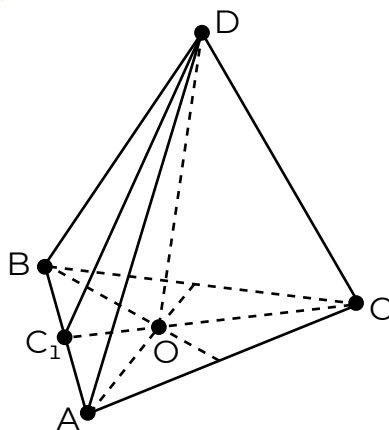


Рис. 4. Правильна шестикутна піраміда (KH — апофема)

Зверніть увагу! Цей термін вживають тільки для правильної піраміди.

9. Задача

У правильній трикутній піраміді сторона основи $AB = a$, висота $DO = h$. Знайти апофему h_a .



Дано: $DABC$ — правильна трикутна піраміда,
 $AB = a$, $DO = h$.

Знайти: DC_1 .

Розв'язання

Правильну трикутну піраміду повністю задають два елементи, в цьому випадку — сторона основи й висота. Основа правильної трикутної піраміди — рівносторонній трикутник, точка O — центр вписаного та описаного кіл навколо трикутника ABC . У прямокутному трикутнику DOC_1 нам відомий катет — висота піраміди $DO = h$, а катет OC_1 можна знайти як радіус вписаного кола

в правильний трикутник: $OC_1 = r_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Знайдемо гіпотенузу DC_1 , яка є шуканою апофемою, за теоремою Піфагора:

$$h_a = DC_1 = \sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{36}} = \frac{\sqrt{36h^2 + 3a^2}}{6}.$$

Відповідь: $\frac{\sqrt{36h^2 + 3a^2}}{6}$.



Практичні завдання

Завдання 1

Апофема правильної чотирикутної піраміди — 6 см, висота піраміди дорівнює $3\sqrt{2}$ см. Знайдіть сторону основи піраміди. (Відповідь: $6\sqrt{2}$ см).

Завдання 2

Апофема правильної чотирикутної піраміди — 6 см, висота піраміди становить $3\sqrt{2}$ см. Знайдіть кут між бічною гранню та площиною основи піраміди. (Відповідь: 45°).

Завдання 3

Апофема правильної чотирикутної піраміди — 6 см, висота піраміди дорівнює $3\sqrt{2}$ см. Знайдіть кут, утворений бічним ребром і площиною основи піраміди. (Відповідь: $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$).



Рекомендовані джерела

1. Роганін О. М. Геометрія в таблицях і схемах. [7-11 класи] : [посібник] / [О. М. Роганін]. Харків : Торсінг : Навчальна література, 2019. 96 с. : схеми, табл.
2. Гальперіна А. Р. Інтерактивний довідник. Алгебра. Геометрія. 7-11 класи : схеми, табл., визначення, приклади, тести онлайн / Альбіна Гальперіна. Харків : Весна, 2019. 96, [1] с. : рис., табл.