

Площі бічної та повної поверхонь піраміди (частина 2)

1. Означення

Суму площ **усіх бічних граней** піраміди називають **площею бічної поверхні піраміди**.

2. Щоб знайти площу всієї поверхні піраміди, треба до площі її бічної поверхні додати площу основи

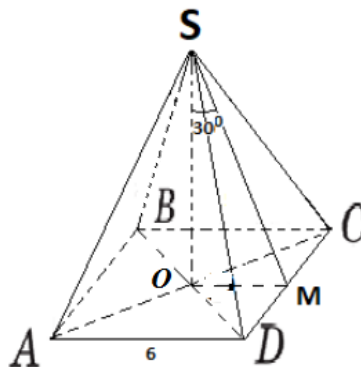
$$S_{\text{повн.}} = S_{\text{бічн.}} + S_{\text{осн.}}$$

3. **Бічна поверхня правильної піраміди** дорівнює половині добутку периметра основи та апофеми, тобто висоти бічної грані.

$$S_{\text{бічн.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot d$$

4. Задача

Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см. Обчисліть площу повної поверхні піраміди (у см²), якщо кут між апофемою та висотою піраміди дорівнює 30°.



Дано: $SABCD$ — правильна чотирикутна піраміда,
 $ABCD$ — квадрат, $AB = 6$ см,

$$\angle OSM = 30^\circ.$$

Знайти: $S_{\text{повн.}}$

Розв'язання

Проводимо апофему SM .

Оскільки відрізок SM перпендикулярний CD , то за теоремою про три перпендикуляри його проєкція OM також перпендикулярна до CD .

Тоді $AD \parallel OM$ і, оскільки O — середина AC , то OM — середня лінія трикутника ACD і дорівнює половині основи AD , тобто

$$6 : 2 = 3 \text{ см.}$$

З прямокутного трикутника SOM маємо:

$$SM = OM : \sin \angle OSM = 3 : \sin 30^\circ = 3 : 0,5 = 6 \text{ см.}$$

Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює половині добутку периметра основи та апофеми.

$$\text{Маємо: } P = 4 \cdot 6 = 24 \text{ см і } S_{\text{бічн.}} = 24 \cdot 6 : 2 = 72 \text{ см}^2.$$

Оскільки піраміда правильна чотирикутна, то в основі лежить квадрат і $S_{\text{осн.}} = 6^2 = 36 \text{ см}^2$. $S_{\text{повн.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бічн.}} = 36 + 72 = 108 \text{ см}^2$.



Практичні завдання

Завдання 1

Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює 1 і нахилена до площини основи під кутом 60° . Визначити повну поверхню піраміди. (3 см^2).

Завдання 2

Усі бічні грані правильної чотирикутної піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Площа повної поверхні піраміди дорівнює $54\sqrt{6} \text{ см}^2$. Обчисліть площу (у см^2) перерізу цієї піраміди площиною, що проходить через висоту піраміди, й діагональ її основи. (27 см^2).

Завдання 3

Основою піраміди $SABC$ є трикутник із сторонами $AC = 13 \text{ см}$, $AB = 15 \text{ см}$, $CB = 14 \text{ см}$. Бічне ребро SA перпендикулярне до площини основи й дорівнює 9 см . Знайдіть площу повної поверхні піраміди. (315 см^2).



Рекомендовані джерела

1. Роганін О. М. Геометрія в таблицях і схемах. [7-11 класи] : [посібник] / [О. М. Роганін]. Харків : Торсінг : Навчальна література, 2019. 96 с. : схеми, табл.
2. Гальперіна А. Р. Інтерактивний довідник. Алгебра. Геометрія. 7-11 класи : схеми, табл., визначення, приклади, тести онлайн / Альбіна Гальперіна. Харків : Весна, 2019. 96, [1] с. : рис., табл.