

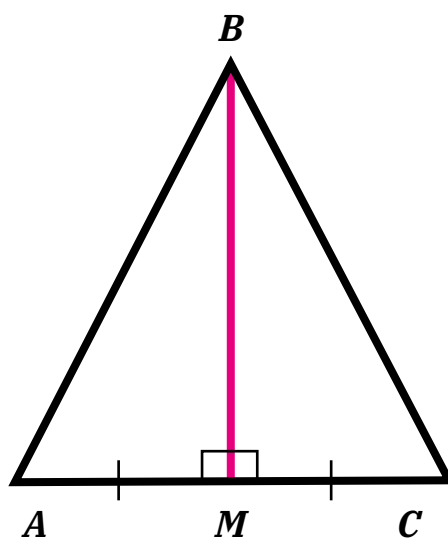
## Рівнобедрений трикутник, його властивості та ознаки

Як серед трикутників визначити рівнобедрені? За ознаками рівнобедреного трикутника.

### Ознака 1.

*Якщо медіана трикутника є його висотою, то цей трикутник рівнобедрений.*

*Доведення.*



Розглянемо трикутник ABC, у якому відрізок BM – медіана й висота. Треба довести, що  $AB = BC$ .

З умови теореми випливає, що пряма BM – серединний перпендикуляр відрізка AC.

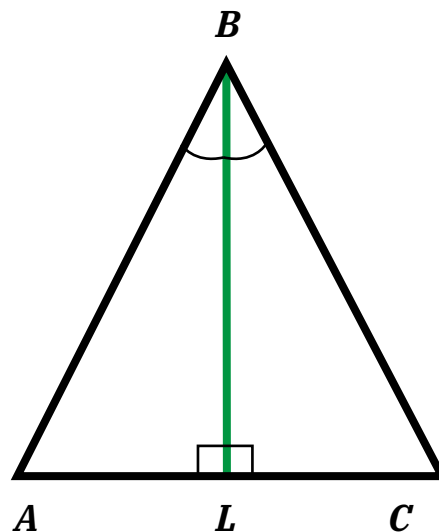
Тоді за властивістю серединного перпендикуляра  $AB = BC$ .

Доведено.

**Ознака 2.**

**Якщо бісектриса трикутника є його висотою, то цей трикутник рівнобедрений.**

*Доведення.*



Розглянемо трикутник ABC, у якому відрізок BL – бісектриса й висота. Треба довести, що  $AB = BC$ .

У трикутниках ABL і CBL, сторона BL – спільна;  $\angle ABL = \angle CBL$  (оскільки за умовою BL – бісектриса кута ABC),  $\angle ALB = \angle CLB = 90^\circ$  (оскільки за умовою відрізок BL – висота). Отже трикутники ABL і CBL рівні за другою ознакою рівності трикутників. Тоді сторони AB і BC рівні як відповідні сторони рівних трикутників.

**Ознака 3.**

**Якщо у трикутнику два кути рівні, то цей трикутник рівнобедрений.**

**Ознака 4.**

**Якщо медіана трикутника є його бісектрисою, то цей трикутник рівнобедрений.**

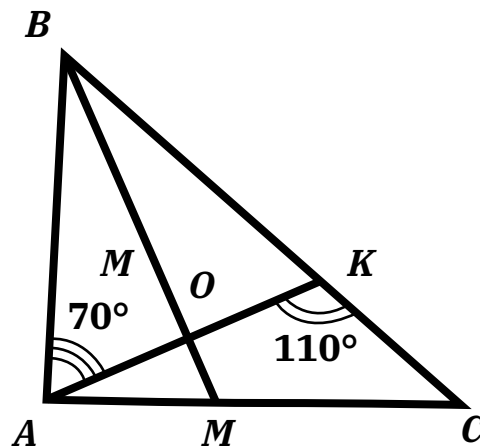
*Наслідками ознаки 3 є такі твердження:*

- 1) У трикутнику проти рівних кутів лежать рівні сторони.
- 2) Якщо у трикутнику всі кути рівні, то цей трикутник рівносторонній.

Наведемо приклади використання цих ознак у задачах.

**Задача 1.**

У трикутнику  $ABC$  проведено бісектрису  $BM$ ,  $\angle BAK = 70^\circ$ ,  $\angle AKC = 110^\circ$ . Доведіть, що  $BM \perp AK$ .



*Розв'язання.*

Оскільки кути  $BKA$  і  $AKC$  суміжні, то  $\angle BKA = 180^\circ - \angle AKC$ .

Тоді  $\angle BKA = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ . Отже, у трикутнику  $ABK$  отримуємо, що  $\angle BAK = \angle BKA = 70^\circ$ . Тому трикутник  $ABK$  рівнобедрений з основою  $AK$ , і його бісектриса  $BO$  ( $O$  – точка перетину відрізків  $AK$  і  $BM$ ) є також висотою, тобто  $BM \perp AK$ .

Доведено.

**Завдання для самоконтролю.**

1. Медіани  $AE$  і  $CF$ , проведені до бічних сторін  $BC$  і  $AB$  рівнобедреного трикутника  $ABC$ , перетинаються в точці  $M$ . Доведіть, що трикутник  $AMC$  рівнобедрений.

2. Чи є правильним твердження:

1) якщо медіана й висота трикутника, проведені з однієї вершини, не збігаються, то цей трикутник не є рівнобедреним;

2) якщо бісектриса трикутника ділить протилежну сторону навпіл, то цей трикутник рівнобедрений?