

## Центральні та вписані кути

Кут з вершиною у центрі кола називають **центральним кутом**.

Центральному  $\angle AOB$  відповідають дві дуги з кінцями  $A$  і  $B$ .

Дуги позначають трьома літерами (або двома літерами, якщо зрозуміло про яку саме дугу йдеться).

На рисунку зображено дві дуги:  $\cup ANB$  і  $\cup AMB$ .

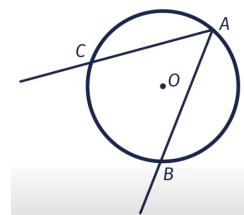
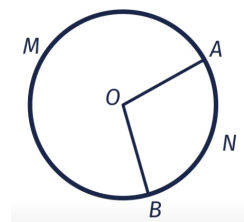
Дугу кола вимірюють у градусах.

$$\cup ANB = \angle AOB \text{ і } \cup AMB = 360^\circ - \angle AOB.$$

Градусна міра повного кола рівна  $360^\circ$ .

**Означення.** Кут, вершина якого лежить на колі, а сторони перетинають коло, називається **вписаним кутом**.

Вважають, що вписаний кут  $\angle BAC$  спирається на  $\cup BC$ , якщо вона лежить у внутрішній області кута.



### Важливо!

#### Теорема про вписаний кут

**Вписаний кут вимірюють половиною дуги, на яку він спирається:**

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \cup BC.$$

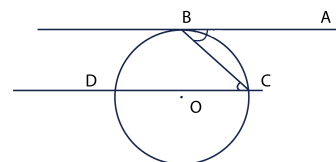
#### Наслідки:

1. **Вписані кути, що спираються на одну й ту саму дугу, рівні.**
2. **Вписаний кут, що спирається на діаметр, — прямий.**
3. **Вписані кути, що спираються на рівні дуги, рівні.**
4. **Центром кола, описаного навколо прямокутного трикутника, є середина гіпотенузи. Медіана прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута, дорівнює половині гіпотенузи.**
5. **Дуги, що лежать між паралельними хордами рівні.**
6. **Окремі наслідки, які використовують під час розв'язування задач:**

1. Кут між дотичною і хордою, що проходить через точку дотику, вимірюють половиною дуги, яка лежить між його сторонами.

Пряма  $CD$  — допоміжна.  $CD \parallel AB$ .

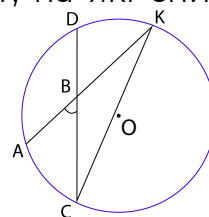
$$\angle BCD = \angle CBA = \frac{1}{2} \cup BC.$$



2. Кут з вершиною всередині кута вимірюють півсумою дуг, на які спирається даний кут і кут, вертикальний з ним.

( $KC$  — допоміжна пряма).

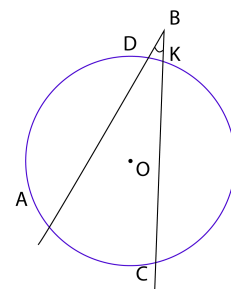
$$\angle ABC = \frac{\sphericalangle AC + \sphericalangle DK}{2}.$$



3. Кут, вершина якого лежить зовні кута, а сторони перетинають коло, вимірюють піврізницею більшої і меншої дуг, які містяться між його сторонами.

$$\angle ABC = \frac{\sphericalangle AC - \sphericalangle DK}{2}.$$

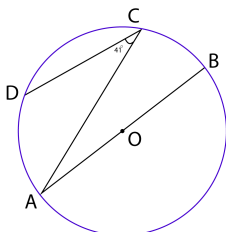
(Пряма  $DC$  на рисунку — допоміжна).



## Практичні завдання

### Завдання 1

Чому дорівнює величина кута  $CAB$ , якщо  $DC \parallel AB$ ;  $\angle DCA = 41^\circ$ .



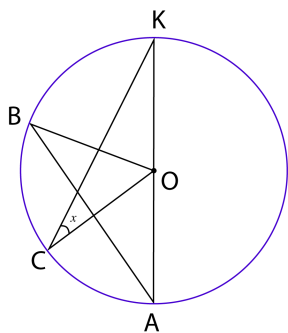
$$\angle BAC = 41^\circ.$$

За наслідком теореми про вписаний кут  $\sphericalangle AD = \sphericalangle BC$ . Тому  $\angle DCA = \angle CAB = 41^\circ$ .

### Задача 2

**За даними рисунка знайдіть кут  $x$ , якщо  $\angle BAO = 30^\circ$ ;  $\angle COB = 50^\circ$ .**

Розв'язання



$AK$  — діаметр;  $\sphericalangle ABK = 180^\circ$ ;

$\triangle COK$  — рівнобедрений ( $OK = OC$  як радіуси).

$\angle BAO = 30^\circ$ , тоді  $\sphericalangle BK = 60^\circ$ .

$\sphericalangle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ .

$\angle COB = 50^\circ$ , тоді  $\sphericalangle CB = 50^\circ$ .  $\sphericalangle AC = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$ .

$\angle CKA = 35^\circ$ , за теоремою про вписаний кут.

Отже, кут  $x = 35^\circ$ , за рівністю кутів при основі рівнобедреного трикутника.

Відповідь:  $x = 35^\circ$ .



## Рекомендовані джерела

1. Геометрія. 8 кл. : Підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. К. : Видавничий дім «Освіта», 2016. 272 с.
2. Геометрія. 8 кл.: Підручник / М.Бурда., Н. Тарасенкова. К.:«Оріон»; 2021. 196 с.