

Описане та вписане кола чотирикутника

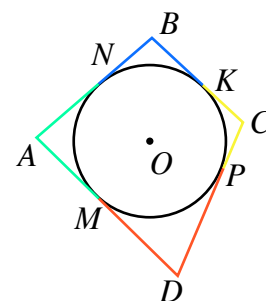
1. Означення

Коло називають **вписаним у чотирикутник**, якщо воно дотикається до всіх його сторін. В такому випадку кажуть, що **чотирикутник описаний** навколо кола.

Чотирикутник називається **описаним навколо кола**, якщо прямі, що містять сторони чотирикутника, є дотичними до кола.

Центр кола, вписаного в чотирикутник, є точкою перетину бісектрис цього чотирикутника.

На рисунку зображено коло, вписане у чотирикутник **ABCD**. Точки **M, N, K, P** — точки дотику сторін чотирикутника до кола.



В чотирикутник можна вписати коло тоді й тільки тоді, коли суми протилежних сторін чотирикутника рівні.

$$AB + CD = BC + AD$$

2. Означення

Якщо всі вершини чотирикутника лежать на колі, його називають **вписаним** у коло, а коло — **описаним навколо чотирикутника**.

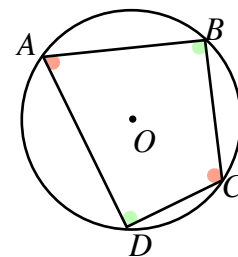
Центр кола, описаного навколо чотирикутника, лежить у точці перетину серединних перпендикулярів, проведених до його сторін.

Сума двох протилежних кутів чотирикутника, вписаного в коло, дорівнює 180° .

Якщо в чотирикутнику сума протилежних кутів дорівнює 180° , то тоді й лише тоді навколо чотирикутника можна описати коло.

Навколо кожного прямокутника можна описати коло.

Навколо кожної рівнобічної трапеції можна описати коло.





Практичні завдання

Задача 1

Знайдіть периметр даного чотирикутника $ABCD$, у який вписано коло, якщо $AN = 3$ см; $DP = 4$ см; $BC = 5$ см; де N і P — точки дотику сторін AB і DC до кола.

Дано:

коло з центром в точці O вписане в чотирикутник $ABCD$;

$AN = 3$ см; $DP = 4$ см; $BC = 5$ см.

Знайти: P_{ABCD} .

Розв'язання

Оскільки у чотирикутник $ABCD$ вписано коло, то:

$AB + CD = BC + AD$.

За властивістю дотичних, проведених із однієї точки до кола, маємо:

$DP = DM = 4$ см; $AN = AM = 3$ см;

$BC = 5$ см.

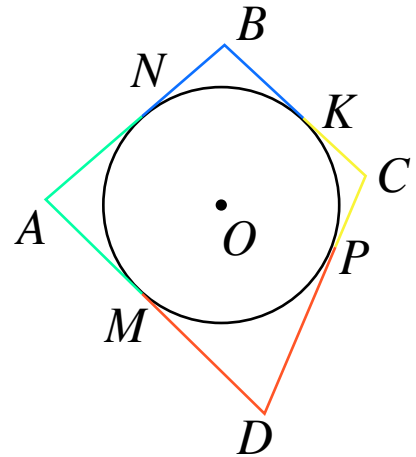
Тоді:

$BC + AD = BC + AM + MD = 5 + 3 + 4 = 12$ (см).

Отже, $AB + CD = 12$ (см).

$P_{ABCD} = 24$ см.

Відповідь: 24 см.



Задача 2

У коло вписано чотирикутник, два сусідні кути якого дорівнюють 110° і 60° . Знайдіть міри двох інших його кутів.

Дано:

Чотирикутник $ABCD$ вписаний у коло;

$\angle A = 110^\circ$; $\angle B = 60^\circ$.

Знайти: $\angle C$, $\angle D$.

Розв'язання

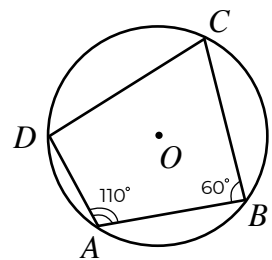
Нехай у вписаному чотирикутнику $ABCD$ $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 60^\circ$.

Тоді:

$\angle C = 180^\circ - \angle A = 70^\circ$,

$\angle D = 180^\circ - \angle B = 120^\circ$.

Відповідь: $\angle C = 70^\circ$, $\angle D = 120^\circ$.



Рекомендовані джерела

1. Геометрія. 8 кл. : Підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. К. : Видавничий дім «Освіта», 2016. 272 с.
2. Геометрія. 8 кл.: Підручник / М.Бурда., Н. Тарасенкова. К.:«Оріон», 2021. 196 с.