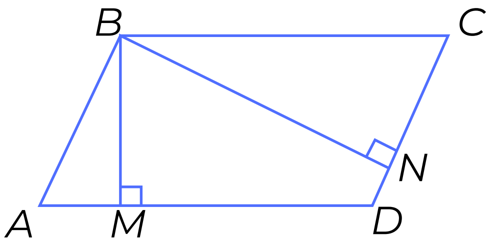
Паралелограм, його властивості та ознаки

Паралелограмом називають чотирикутник, протилежні сторони якого попарно паралельні.

На рисунку паралелограм ABCD:

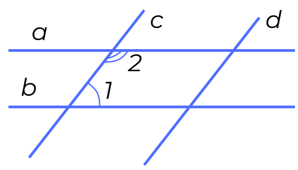
AB | | DC ;   BC | | AD.

Висотою паралелограма називають перпендикулярпроведений з точки однієї сторони до прямої, що містить протилежну сторону.



BM та BN — висоти паралелограма ABCD, проведені з вершини B.

Властивості паралелограма:



Якщо a || b і c — січна, то $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.

У паралелограмі:

- діагональ ділить його на два рівні трикутники;
- протилежні сторони рівні;
- протилежні кути рівні;
- точка перетину ділить діагоналі навпіл.

Ознаки паралелограма

Якщо в чотирикутнику:

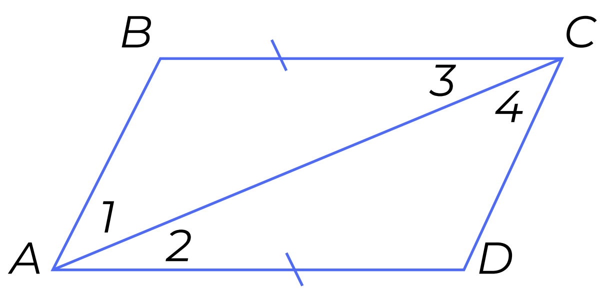
- дві протилежні сторони паралельні й рівні,

або

- протилежні сторони попарно рівні,

або

- діагоналі чотирикутника точкою перетину діляться навпіл то цей чотирикутник — паралелограм.



Практичні завдання

Задача 1

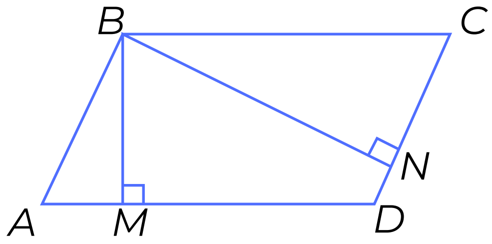
Доведіть, що кут між висотами паралелограма дорівнює його гострому куту.

Дано:

ABCD — паралелограм;

BM ⊥ AD; BN ⊥ CD.

Довести: ∠A = ∠MBN.



Доведення

Розгляньмо опуклий чотирикутник MBND.

∠DMB + ∠MBN + ∠BND + ∠NDM = 360°.

Оскільки ∠BMD + ∠BND = 180°, як сума двох прямих кутів, то ∠MBN + ∠D = 180°.

∠D + ∠A = 180° за властивістю кутів паралелограма, одержуємо∠MBN = ∠A, що треба було довести.

Задача 2

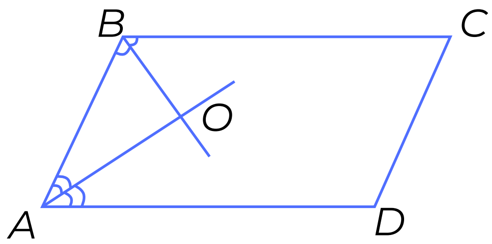
Доведіть: бісектриси кутів, прилеглих до однієї сторони паралелограма, взаємно перпендикулярні.

Дано: ABCD — паралелограм;

AO — бісектриса кута A;

BO — бісектриса кута B.

Довести: AO ⊥ BO.



Доведення

Нехай точка O — точка перетину бісектрис кутів A і B паралелограма ABCD.

∠ABO = ∠CBO та ∠BAO = ∠DAO за означенням бісектриси кута.

Оскільки ∠A + ∠B = 180° як сума двох кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони, то 2∠ABO + 2∠BAO = 180°. Тоді ∠ABO + ∠BAO = 90°. Отже, у ΔABO сума двох кутів становить 90°. Отже, даний трикутник прямокутний і ∠BAO = 90°.

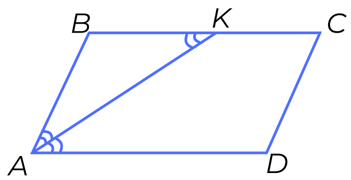
Одержали: AO ⊥ BO.

Задача 3

У паралелограмі ABCD проведіть бісектрису кута A. Доведіть, що утворений трикутник ABK — рівнобедрений.

Дано: ABCD — паралелограм; AK — бісектриса ∠A.

Довести: ΔABK — рівнобедрений.



Доведення

Оскільки ∠BAK = ∠KAD за означенням бісектриси кута і ∠BKA = ∠KAD як внутрішні різносторонні при січній AK та AD || BC, то ∠BKA = ∠BAK. Оскільки кути при одній стороні трикутника рівні, за ознакою рівнобедреного трикутника ΔABK — рівнобедрений.

Рекомендовані джерела

1. Геометрія. 8 кл. : Підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, К. : Видавничий дім «Освіта», 2016. 272 с. :
2. Геометрія. 8 кл.: Підручник / М.Бурда., Н. Тарасенкова К:.«Оріон»:, 2021. 196 с.