

Вектор. Модуль і напрямок вектора. Рівність векторів

Ви знаєте багато величин, які визначаються своїми числовими значеннями: маса, площа, довжина, об'єм, час, температура тощо. Такі величини називають скалярними величинами або скалярами.

Із курсу фізики вам відомі величини, для задання яких недостатньо знати тільки їхні числові значення. Наприклад, якщо на пружину діє сила 5 Н, то не зрозуміло, буде пружина стискатися чи розтягуватися. Потрібно ще знати, у якому напрямку діє сила.

Величини, які визначаються не тільки числовим значенням, але й напрямком, називають **векторними величинами** або **векторами**. Сила, переміщення, швидкість, прискорення, вага — приклади векторних величин.

Якщо вказано, яка точка є початком відрізка, а яка точка — його кінцем, то такий відрізок називають напрямленим відрізком або вектором. Вектор з початком у точці A та кінцем у точці B позначають так: \overline{AB} (читають: «вектор AB »).

На рисунках вектор зображають відрізком зі стрілкою, яка вказує його кінець. На рисунку 1 зображено вектори \overline{AB} , \overline{CD} і \overline{MN} .

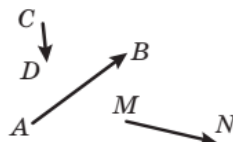


Рис. 1. Приклади позначення вектора

Вектор, у якого початок і кінець — одна й та сама точка, називають **нульовим вектором** або нуль-вектором і позначають $\overline{0}$. Якщо початок і кінець нульового вектора — це точка A , то його можна позначити й так: \overline{AA} . На рисунку нульовий вектор зображають точкою.

Модулем вектора \overline{AB} називають довжину відрізка AB . Модуль вектора \overline{AB} позначають так: $|\overline{AB}|$, а модуль вектора \overline{a} — так: $|\overline{a}|$.

Модуль нульового вектора вважають рівним нулю: $|\overline{0}| = 0$.

Координатами вектора з початком $A(x_1; y_1)$ і кінцем $B(x_2; y_2)$ називають числа $a_1 = x_2 - x_1$ і $a_2 = y_2 - y_1$. Інакше кажучи, кожна координата вектора дорівнює різниці відповідних координат його кінця й початку.

Із формули відстані між двома точками випливає, що коли вектор \overline{a} має координати $(a_1; a_2)$, то **модуль вектора** обчислюють за формулою:

$$|\overline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Ненульові вектори називають **колінеарними**, якщо вони лежать на паралельних прямих або на одній прямій.

Нульовий вектор вважають колінеарним будь-якому вектору.

На рисунку 2 зображено колінеарні вектори \vec{a} , \vec{b} і \overline{MN} .

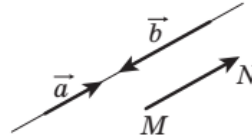


Рис 2. Колінеарні вектори

Той факт, що вектори a і b колінеарні, позначають так: $\vec{a} \parallel \vec{b}$.

На рисунку 3 ненульові колінеарні вектори \vec{a} і \vec{b} однаково напрямлені. Такі вектори називають **співнапрямленими** й записують: $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$.

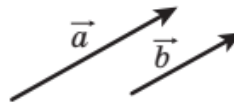


Рис. 3. Співнапрямлені вектори

На рисунку 4 ненульові колінеарні вектори \vec{a} і \vec{b} **протилежно напрямлені**. Цей факт позначають так: $\vec{a} \updownarrow \vec{b}$.

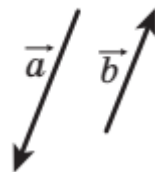


Рис. 4. Протилежно напрямлені вектори

Ненульові вектори називають **рівними**, якщо їхні модулі рівні й вони співнапрямлені. Будь-які два нульових вектори рівні.

На рисунку 5 зображено рівні вектори \vec{a} і \vec{b} . Це позначають так: $\vec{a} = \vec{b}$.

Рівність ненульових векторів \vec{a} і \vec{b} означає, що $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ і $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

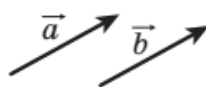


Рис. 5. Рівні вектори



Практичні завдання

Задача 1

Знайдіть координати вектора \overline{AB} , якщо $A(2; 3)$, $B(-1; 4)$.

Розв'язання

Аби знайти координати вектора, треба скористатися формулами $a_1 = x_2 - x_1$ і $a_2 = y_2 - y_1$.

Тоді, $\overline{AB}(-1 - 2; 4 - 3) = (-3; 1)$.

Відповідь: $\overline{AB}(-3; 1)$.

Задача 2

Відрізок BM — медіана трикутника ABC із вершинами $A(3; -5)$, $B(2; -3)$ і $C(-1; 7)$. Знайдіть координати та модуль вектора \overline{BM} .

Розв'язання

Оскільки BM — медіана, то M — середина AC .

$$x_M = \frac{x_a + x_c}{2} \quad y_M = \frac{y_a + y_c}{2}$$
$$x_M = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \quad y_M = \frac{-5 + 7}{2} = 1$$

т. $M(1; 1)$.

$$\overline{BM}(1 - 2; 1 - (-3)) = (-1; 4), \quad |\overline{BM}| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

Відповідь: $\overline{BM}(-1; 4)$, $|\overline{BM}| = \sqrt{17}$.



Рекомендовані джерела

1. Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / [А.П.Єршова, В.В.Голобородько, О.Ф.Крижановський, С.В.Єршов]. Харків : Вид-во «Ранок», 2017. 256 с. : іл.
2. Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Х. : Гімназія, 2017. 240 с. : іл.