Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами

У 6 класі ви ознайомилися з координатною площиною (рис. 1), тобто з площиною, на якій зображено дві перпендикулярні координатні прямі зі спільним початком відліку. Вісь, яку позначають іксом, називають **абсцисою**, а вісь, яку позначають ігреком, називають **ординатою**.

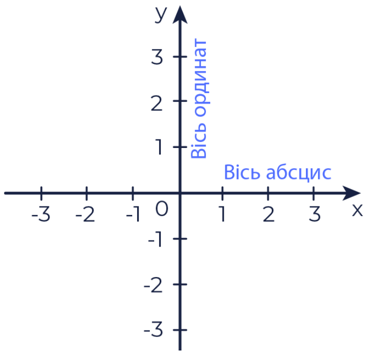

Рис 1. Координатна площина

Координатну площину з віссю абсцис і віссю ординат називають **площиною *xy* (ікс ігрек)**. Координати точки на площині xy називають декартовими координатами.

Відстань між двома точками (з координатами $A(x_1)$ і $B(x_2)$ на координатній прямій (рис. 2) можна знайти за формулою:
$AB = | x_2 - x_1 |$.

Рис 2.

Якщо точки $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$ не розташовані на координатній прямій (рис. 3), то відстань між ними можна знайти за формулою:

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

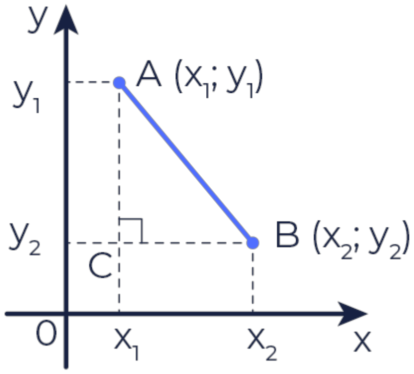

Рис 3.

Формули для знаходження координати точки M(x_0; y_0) середини відрізка AB (рис. 4) такі:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

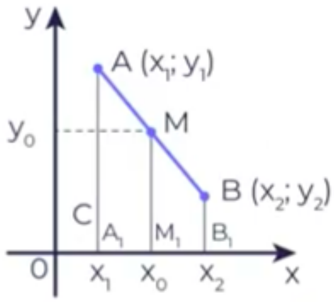

Рис 4.

Практичні завдання

Задача 1

Доведіть, що трикутник, вершинами якого є точки A(–2; –1), B(3; 1) і C(–2; 3), є рівнобедреним.

Розв'язання

Використовуючи формулу відстані між двома точками, знаходимо сторони даного трикутника:

$$AB = \sqrt{(3+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$$

$$BC = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$$

$$AC = \sqrt{(-2+2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4$$

Отже, AB = BC, тобто трикутник ABC рівнобедрений.

Відповідь: AB = BC = $\sqrt{29}$.

Задача 2

Точка M (4; –5) — середина відрізка AB, A (0; 3). Знайдіть координати точки B.

Розв'язання

Позначаємо: (x_B; y_B) — координати точки B, (x_A; y_A) — координати точки A, (x_M; y_M) — координати точки M.

Оскільки $\frac{x_A + x_B}{2} = x_M$, то матимемо: $\frac{0 + x_B}{2} = 4$; $x_B = 8$.

Аналогічно, $\frac{y_A + y_B}{2} = y_M$; $\frac{3 + y_B}{2} = -5$; $y_B = -13$.

Відповідь: B(8; –13).

Задача 3

Доведіть, що чотирикутник ABCD з вершинами в точках A (2; 0), B (1; 4), C (–3; 3) і D (–2; –1) є прямокутником.

Розв'язання

Нехай точка *N* — середина діагоналі *AC*. Тоді:

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2-3}{2} = -0{,}5;\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0+3}{2} = 1{,}5.$$

Отже, точка N(–0,5; 1,5).

Нехай точка *F* — середина діагоналі *BD*. Тоді:

$$x_F = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{1-2}{2} = -0{,}5;\ y_F = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{4-1}{2} = 1{,}5.$$

Отже, F(–0,5; 1,5).

Тож бачимо, що точки N і F збігаються, тобто діагоналі чотирикутника ABCD мають спільну середину. Звідси випливає, що чотирикутник ABCD — паралелограм.

Знайдімо діагоналі паралелограма:

AC = $\sqrt{(-3-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

BD = $\sqrt{(-2-1)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

Отже, діагоналі паралелограма ABCD рівні. Звідси випливає, що цей паралелограм є прямокутником.

Відповідь: чотирикутник ABCD є прямокутником за двома рівними діагоналями.

Рекомендовані джерела

1. Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / [А.П.Єршова, В.В.Голобородько, О.Ф.Крижановський, С.В.Єршов]. Харків : Вид-во «Ранок», 2017. 256 с. : іл.
2. Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Х. : Гімназія, 2017. 240 с. : іл.