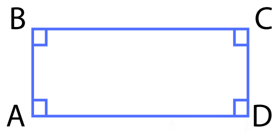
Прямокутник та його властивості

Означення. **Прямокутником** називається паралелограм, у якого всі кути прямі.



На рисунку прямокутник ABCD .

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

Властивості прямокутника

Усі властивості паралелограма:

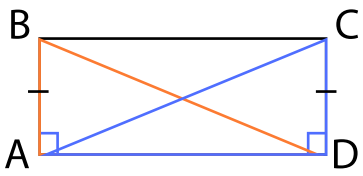
- діагональ ділить його на два рівні трикутники;
- протилежні сторони рівні;
- протилежні кути рівні;
- сума кутів, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180°;
- діагоналі точкою перетину діляться навпіл.

Особлива властивість прямокутника:

діагоналі прямокутника рівні.

Властивість прямокутника

Якщо ABCD — прямокутник; AC і BD — його діагоналі, то AC = BD.



Ознака прямокутника

Якщо ABCD паралелограм; AC і BD — діагоналі; AC = BD, то ABCD — прямокутник.

Корисно пам’ятати

Щоб встановити чи є заданий паралелограм прямокутником необхідно скористатись:

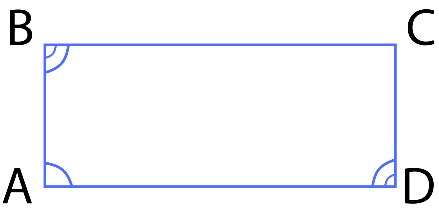
- означенням прямокутника та довести, що усі кути даного паралелограма прямі

  або
- використати ознаку прямокутника та довести рівність його діагоналей.

Практичні завдання

Задача 1

Довести: якщо у паралелограма сума двох протилежних кутів дорівнює 180°, то він є прямокутником.



Дано: ABCD — паралелограм,

$\angle A + \angle C = 180°$,

$\angle B + \angle D = 180°$.

Довести: ABCD — прямокутник.

Доведення

Оскільки $\angle A + \angle C = 180°$ за умовою,

$\angle A = \angle C$ як протилежні кути паралелограма,

то $\angle A = \angle C = 90°$.

Аналогічно,

$\angle B + \angle D = 180°$ за умовою,

та $\angle B = \angle D$, протилежні кути паралелограма

$\angle B = \angle D = 90°$.

Маємо: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$. Отже: ABCD — прямокутник.

Задача 2

Периметр прямокутника дорівнює 40 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо дві сторони відносяться як 2 : 3.

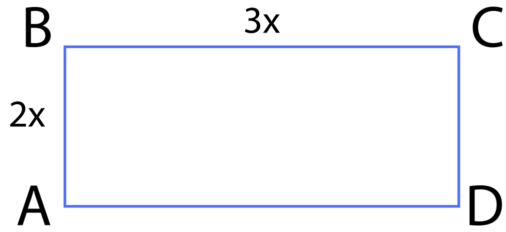
Дано:

ABCD — прямокутник,

$P_{ABCD} = 40$ см.

AB : BC = 2 : 3.

Знайти: AB, BC.



Розвʼязання

ABCD — прямокутник,

тому: AB = CD, BC = AD.

$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + BC)$ — периметр прямокутника ABCD.

Нехай x — деяке число сантиметрів, тоді AB = 2x см, BC = 3x см.

Оскільки $P_{ABCD} = 40$ см, то маємо рівняння:

$2 \cdot (2x + 3x) = 40$

$5x=20$

$x=4$

Отже, $AB = 2 \cdot 4 = 8$ (см),

$BC = 3 \cdot 4 = 12$ (см).

Відповідь: 8 см, 12 см.

Задача 3

Знайдіть периметр прямокутника ABCD, якщо бісектриса кута A ділить сторону BC на відрізки 3 см і 5 см.

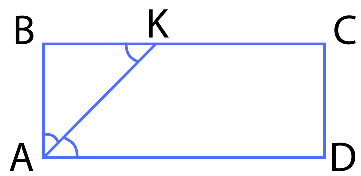
Дано: ABCD — прямокутник,

AK — бісектриса,

1) BK = 3 см, KC = 5 см;

2) BK = 5 см, KC = 3 см.

Знайти: P_{ABCD}.



Розв'язання

$\angle BAK = \angle KAD$, за умовою AK — бісектриса кута A. $\angle KAD = \angle BKA$ як внутрішні різносторонні при січній AK і AD||BC. Тоді $\angle BAK = \angle BKA$. Отримуємо: трикутник ABK — рівнобедрений з основою AK. AB = BK. Оскільки в умові задачі не вказано у якій послідовності відкладено відрізки 3 см та 5 см від точки B, то задача має два випадки розв'язання:

1) нехай BK = 3 см, KC = 5 см. Тоді: AB = BK = 3 см. Шуканий периметр ΔABK: $2 \cdot (3 + 3 + 5) = 22$ (см).
2) якщо BK = 5 см, тоді KC = 3 см. Тоді AB = BK = 5 см. Шуканий периметр ΔABK: $2 \cdot (5 + 5 + 3) = 26$ (см).

Відповідь: 22 см або 26 см.

Рекомендовані джерела

1. Геометрія. 8 кл. : Підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, — К. : Видавничий дім «Освіта», 2016. 272 с.
2. Геометрія. 8 кл.: Підручник / М.Бурда, Н.Тарасенкова. К:.«Оріон»: 2021. 196 с.