

Нулі функції, проміжки знакосталості, зростання і спадання функції, найбільше та найменше значення функції. Частина 3



Пам'ятай!

- Якщо для будь-яких x_1, x_2 з певного проміжку (за умови, що $x_2 > x_1$) виконується нерівність $f(x_2) > f(x_1)$, то функція f зростає на цьому проміжку.
- Якщо для будь-яких x_1, x_2 з певного проміжку (за умови, що $x_2 > x_1$) виконується нерівність $f(x_2) < f(x_1)$, то функція f спадає на цьому проміжку.
- Якщо функція спадає чи зростає на всій області визначення, то кажуть, що вона спадає чи зростає відповідно, не вказуючи проміжок.



Задачі

Задача 1.

Доведіть, що лінійна функція $f(x) = kx + b$, зростає, якщо $k > 0$ та спадає, якщо $k < 0$.

Розв'язання

Розгляньмо два довільні числа x_2, x_1 за умови, що $x_2 > x_1$.

Тоді $f(x_2) - f(x_1) = kx_2 + b - (kx_1 + b) = kx_2 - kx_1 = k(x_2 - x_1)$.

Отже, $f(x_2) > f(x_1) \Leftrightarrow f(x_2) - f(x_1) > 0 \Leftrightarrow k(x_2 - x_1) > 0 \Leftrightarrow k > 0$,

або $x_2 - x_1 > 0$.

Аналогічно $f(x_2) < f(x_1) \Leftrightarrow k < 0$.

Задача 2.

Знайдіть найбільше значення функції $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

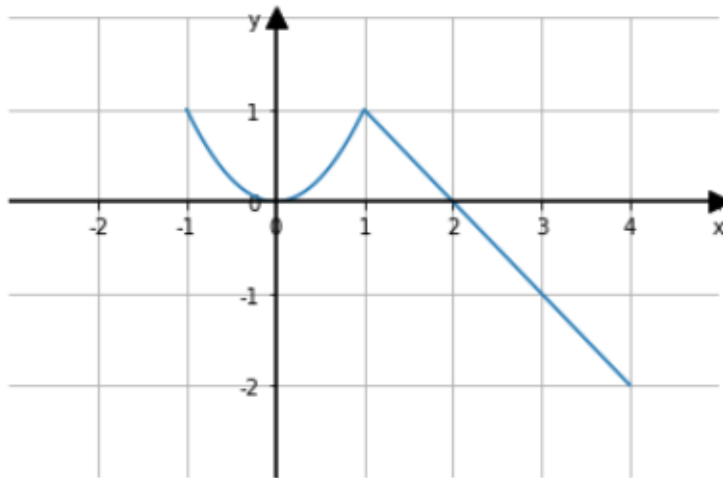
Розв'язання

$f(x) = -x^2 + 2x + 3 = -(x^2 - 2x + 1) + 4 = -(x - 1)^2 + 4 \leq 4$, бо $-(x - 1)^2 \leq 0$.

Отже, ми з'ясували, що найбільше значення функції f не більше за 4. Але ще потрібно показати, що 4 належить області значень. Це справді так, адже $f(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4$.

Задача 3.

Функцію $f(x)$, визначену на проміжку $[-1, 4]$, задано графічно. Знайдіть найменше та найбільше значення f .



Розв'язання

Найбільшому значенню функції відповідає точка на графіку, у якої найбільша ордината, або ж «найвища» точка графіка. На цьому графіку таких точок дві: $(-1; 1)$ та $(1; 1)$. Відповідно, найбільше значення функції f це 1.

Аналогічно найменшому значенню відповідає точка з найменшою ординатою, або ж «найнижча» точка графіка. На цьому графіку така точка одна — $(4; -2)$. Відповідно найменше значення функції f — це -2 .



Рекомендовані джерела

- Література: Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2017. — 272 с. : іл. ISBN 978-966-474-293-8., с. 59–76.